〈先進工学部〉
未来ロボティクス学科

■選考方法

書類審査、課題演習及び面接により、多面的かつ総合的に評価します。

⑴書類審査：提出された出願書類について審査を行います。

⑵課題演習：実技を伴う簡単な演習を行います。演習は、与えられた道具を使った簡単な作業を含み、約 90 分程度で行うことのできる内容です。
特別な知識や能力、技能は必要としません。

⑶面　接：個人面接（10～15 分程度）
面接内容　①提出書類の確認
②課題演習に関する質問
③未来ロボティクス学科の学生としての適性

1 日目：課題演習（90 分程度）

2 日目：個人面接（10～15 分程度）

令和 3（2021）年度　千葉工業大学　総合型（創造）選抜

先進工学部　未来ロボティクス学科

試験時間 90 分

課題演習テキスト

受験番号＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1. 演習開始の合図があるまでこの課題演習テキストを開かない．
2. 筆記用具（鉛筆またはシャープペンシルと消しゴム）と机の上に用意されているもの（**コンパス 1 本，30 ㎝の長さを測ることができる定規 1 本，分度器，方眼紙 3 枚，1m 程度の伸縮しない糸，セロテープ**）以外を使用しない．足りないものがある場合には試験監督に知らせる．この机の上に用意されたものを持ち帰らない．なお，演習を行うにあたり，このすべてを使用するとは限らない．
3. 演習開始の合図があるまでに，この課題演習テキスト，解答用紙に受験番号と氏名を記入する．課題演習テキストを終了後に持ち帰ってよい．解答用紙を終了後に提出する．

課題演習：楕円の性質（Properties of ellipse）

１．はじめに　ヨハネス・ケプラー(Johannes Kepler)はティコ・ブラーエ(Tycho Brahe)の観測記録から太陽のまわりをまわる火星の運動を定式化した．その第 1 法則は「すべての惑星は太陽を焦点とする楕円上を運行する」というものである．楕円(ellipse)は直円錐を平面で切ったときに現れる円錐曲線(conic section)のひとつであり，様々な特徴を有している．ここでは楕円の焦点，方程式，離心率，面積速度について学ぶ．

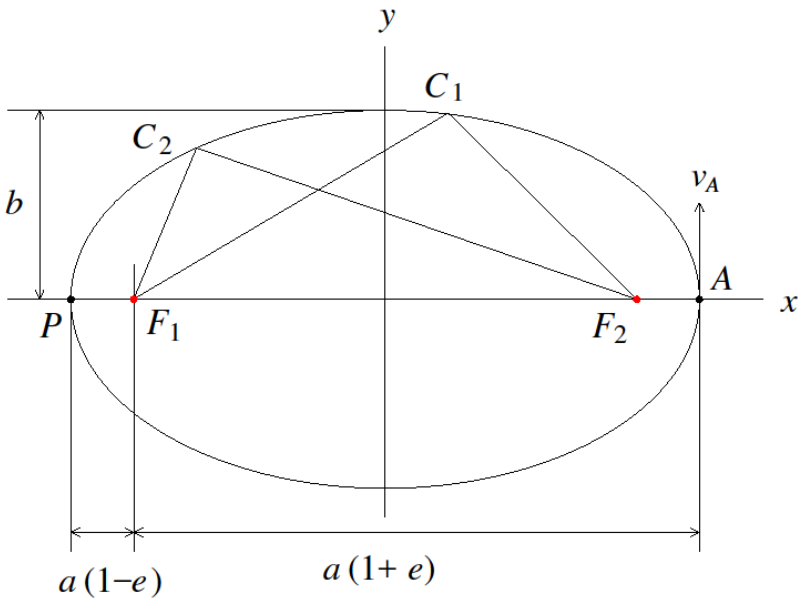

Fig. 1: Kepler's first law of planetary motion explains that a planet travels in an ellipse with the Sun at one focus. The ellipse has the set of all points in a plane such that the sum of the distances from two foci is constant.

２．楕円

2.1. 楕円の方程式　**Fig. 1** に *x*-*y* 直交座標系の原点を中心とする楕円を示す．楕円は平面上のある 2 定点 F_1，F_2 からの距離の和が一定となるような点の集合からなる曲線である．この 2 定点 F_1，F_2 を**焦点**(focal point)という．楕円曲線上の任意の点 C_1，C_2 において$|\overline{F_1C_1}| + |\overline{C_1F_2}| = |\overline{F_1C_2}| + |\overline{C_2F_2}| = 2a$が常に成り立つ．長さ $2a$ は点 A と点 P の間の距離，$\overline{F_1C_1}$は点 F_1 と点 C_1 を結ぶ線分，$|\overline{F_1C_1}|$はその距離，$\overline{C_1F_2}$は点 C_1 と点 F_2 を結ぶ線分，$|\overline{C_1F_2}|$はその距離，$\overline{F_1C_2}$は点 F_1 と点 C_2 を結ぶ線分，$|\overline{F_1C_2}|$はその距離，$\overline{C_2F_2}$は点 C_2 と点 F_2 を結ぶ線分，$|\overline{C_2F_2}|$はその距離を表している．**Fig. 1** に示される楕円の方程式は

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

と書ける．長さ $2b$ は y 軸と楕円曲線の交点間の距離である．長さ a と b に $a>b$ の条件があるとき a を**楕円の長径**(semi-major axis)，b を**楕円の短径**(semi-minor axis)と呼ぶ．2 つの焦点

の距離が近いほど，その楕円は円に近づく．2 つの焦点が一致したときに円となる．**楕円の面積**はπabとなる．証明は省く．

2.2. 離心率　**離心率**(eccentricity)とは円錐曲線の特徴を表す数値のひとつである．離心率 e が e=0 のとき円錐曲線は真円(circle)，0<e<1 のとき円錐曲線は楕円，e=1 のとき円錐曲線は放物線(parabola)，e>1 のとき円錐曲線は双曲線(hyperbola)となる．楕円における長径 a と短径 b の関係は離心率 e を用いて表すと，$b = a\sqrt{1-e^2}$となる．

2.3. 面積速度　太陽が F_1 の位置にあり，ある惑星が楕円軌道で公転している場合を考える(**Fig. 2**)．この惑星が点 A に位置するとき，太陽とこの惑星との距離は最大となる．この点を遠点(apoapsis)と呼ぶ．最も太陽からの距離が近くなる点 P を近点(periapsis)と呼ぶ．ケプラーの第 2 法則は，「太陽と惑星とを結ぶ線分（動く線分を動径と呼ぶ）が等しい時間に掃く面積は一定である」というものである．ある一定の時間Δtに惑星が点 A から点 C_1 に移動したときに，この惑星が掃く面積ΔSは線分$\overline{F_1A}$と$\overline{F_1C_1}$および円弧AC_1に囲まれた面積である．このテキストでは線分$\overline{F_1A}$と$\overline{F_1C_1}$および曲線AC_1に囲まれた形を**楕円の扇形**，角度$\angle AF_1C_1$を楕円の**扇形の中心角**，曲線AC_1を**楕円の円弧**と呼ぶことにする．このΔt後にこの惑星が点 C_2 に到達したとすると，この惑星が掃く面積は線分$\overline{F_1C_1}$と$\overline{F_1C_2}$および円弧C_1C_2に囲まれた面積となり，これはΔSと等しい．惑星が近点に近づくと惑星の速度の大きさは増加し，遠点に近づくと惑星の速度の大きさは減少する．

2.4. 弧度法　弧度法とは角度を円弧と半径の長さの比の無次元量で表すものである．単位には**ラジアン**(radian)を用いる．ある円の扇形において，円弧の長さ l，円弧の半径 r のとき中心角θは，$\theta = l/r$と書ける．度数法で 180° は弧度法ではπ rad，360° は2π rad である．

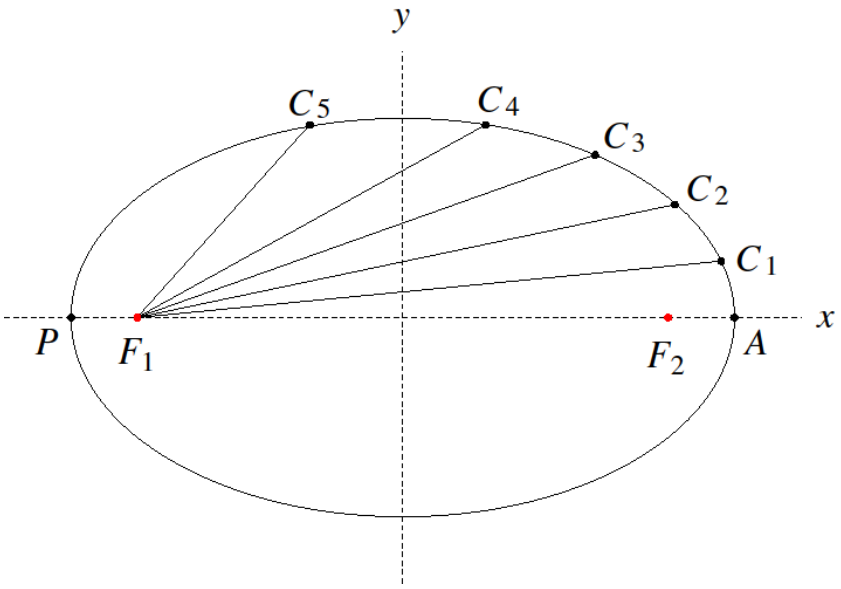

Fig. 2: Kepler's second law of planetary motion states that a line between the Sun and the planet sweeps equal areas in equal times. The speed of the planet increases as it nears the Sun and decreases as it recedes from the Sun.

３．演習

下記の問の解答を所定の解答用紙に記載せよ．

問 1 方眼紙，伸縮しない糸，30 ㎝の長さを測ることができる定規，セロテープ（糸を固定するために使用）を用いて，長径 a=10cm，離心率 e=3/5 の楕円を描く方法を解説せよ．解答用紙には解説文を記載せよ．必要であれば解説用の図を用いてもよい．どこにどの長さの糸を固定するかを必ず明記せよ．実際に描いたものを解答用紙に描く必要はない．

問 2 解答用紙 2 ページ目の **Fig. 3** の楕円に，問 1 の楕円の焦点を書き入れよ．解答用紙に向かって，左側の焦点を F_1，右側を F_2 とせよ．ある物体が点 F_1 を焦点として，この楕円軌道で反時計まわりに公転している場合を考える．このとき，点 F_1 と物体とを結ぶ線分が等しい時間に掃く面積は一定であるとする．この物体が A 点に位置するときを時刻の原点とし，次に A 点に戻ってくるまでの時間を 1 周期とする．1/2 周期のときに，この物体は点 P に位置する．この物体が，1/12 周期，1/6 周期，1/4 周期，1/3 周期，5/12 周期のときの位置を C_1，C_2，C_3，C_4，C_5 とし **Fig. 3** に書き入れよ．どのように，これらの位置を推定したかを読者が再現できるように説明せよ．正確に位置を求めることは困難なので推定した位置に誤差を含んでよい．誤差を含む場合には本来の値より大きいか小さいかを定性的に説明せよ．推定方法の例として楕円の扇形を三角形に近似することなどが考えられる．

問 3 問 2 で求めた 6 つの楕円の扇形AF_1C_1，$C_1F_1C_2$，$C_2F_1C_3$，$C_3F_1C_4$，$C_4F_1C_5$，C_5F_1Pの中心角$\Delta\theta$と楕円弧Δlを計測し，その結果を解答用紙 4 ページ目の **Fig. 4** に書き入れよ．中心角の単位はrad, 楕円弧の単位はcmとせよ. 次に, この6つの楕円の扇形AF_1C_1, $C_1F_1C_2$, $C_2F_1C_3$, $C_3F_1C_4$, $C_4F_1C_5$, C_5F_1Pの中心角$\Delta\theta$に対する楕円の円弧を対応する中心角で除した値$\Delta l/\Delta\theta$を **Fig. 5** に書き入れよ．

問 4 この 6 つの楕円の扇形AF_1C_1，$C_1F_1C_2$，$C_2F_1C_3$，$C_3F_1C_4$，$C_4F_1C_5$，C_5F_1Pの中心角$\Delta\theta$に対する$(1/2)(\Delta l/\Delta\theta)^2\Delta\theta$の値$\Delta S_{12}$を解答用紙 5 ページ目の **Fig. 6** に書き入れよ．$(1/2)(\Delta l/\Delta\theta)^2\Delta\theta$の値は何を意味するかを6ページ目の解答用紙に記述せよ. また周期を120に分割した場合の中心角$\Delta\theta$と$(1/2)(\Delta l/\Delta\theta)^2\Delta\theta$の値$\Delta S_{120}$の関係を予想し，解答用紙 5 ページ目の **Fig. 7** に書き入れ，その理由を 6 ページ目の解答用紙に記述せよ．