＜ 先 進 工 学 部 ＞

未来ロボティクス学科

■試験概要

１日目：課題演習（９０分程度）

実技を伴う簡単な演習を行います。演習は、与えられた道具を使った簡単な作業を含み、約９０分程度で行うことのできる内容です。特別な知識や能力、技能は必要としません。

２日目：個人面接（１０～１５分程度）

面接内容　①提出書類の確認
②課題演習に関する質問
③未来ロボティクス学科の学生としての適性

■当日の出題内容

課題演習：黄金比と正五角形（Golden ratio and regular pentagon）

１．はじめに　黄金分割は，ある長さの線分をほぼ 0.618:0.382 に分ける．この比は古来最も美的な分割とされ，黄金比と呼ばれている．額縁などの縦横の長さの比は，この比に等しくとっているものが多い．自然界においても至るところに黄金比がみられる．蝶，鳥，魚，馬などの各部分の比，木の葉がつく間隔や枝の出方にも黄金比が生きている．このように美しいと感じる形状には黄金比が含まれていることが多いといわれている．

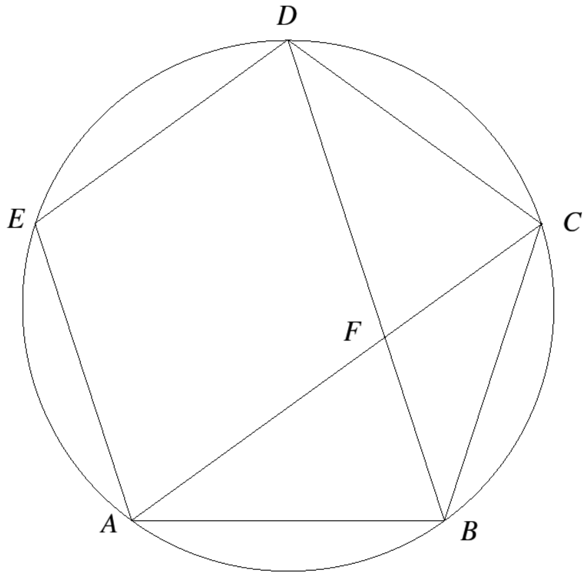

Fig. 1：Regular pentagon inscribed in a circle.

２．正五角形と黄金分割　一つの線分を与えて，正三角形（regular triangle），正方形（square），正六角形（regular hexagon）を作図することは難しくない．ここでは，黄金比を利用して，正五角形を作図することを考える．そのために，円に内接する正五角形が描かれたとして，この正五角形の性質を調べることにする．正五角形の頂点（vertex）を A，B，C，D，E とする(**Fig. 1**)．対角線（diagonal）$\overline{AC}$ と $\overline{BD}$ の交点を F とする．ここで $\overline{AC}$ は点 A と点 C を結ぶ線分（line segment）を表す．(a)正五角形の内角（interior angle）の和は540°なので，正五角形の 1 内角は108°である．(b)$\angle BAC$，$\angle CBF$，$\angle ACB$は正五角形の 1 内角の 3 分の 1 となり，$\angle BAC = \angle CBF = \angle ACB = 36^\circ$となる．ここで$\angle BAC$は，点 B，A，C を順に直線で結んだときにできる内角の大きさを表す．さらに，$\angle ABF$は，$\angle ABF = 72^\circ$となる．他方，$\angle AFB = \angle CBF + \angle ACB = 72^\circ$なので，$\angle ABF = \angle AFB$となり，$\triangle ABF$は二等辺三角形（isosceles triangle）となるため，線分$\overline{AB}$の長さは線分$\overline{AF}$の長さと等しくなる．ここで$\triangle ABF$は点 A，B，Fを直線で結んだときにできる三角形を表す．$\triangle ABC$と$\triangle BFC$は，$\angle ACB = \angle BAC = \angle CBF$より相似（similarity）である．したがって，辺の長さの比が$|\overline{BC}|:|\overline{AC}| = |\overline{CF}|:|\overline{BC}|$となり，$|\overline{BC}|^2 = |\overline{AC}|\cdot|\overline{CF}|$となる．ここで$|\overline{BC}|$は線分$\overline{BC}$の長さ，$|\overline{AC}|\cdot|\overline{CF}|$は，線分の長さ$|\overline{AC}|$と$|\overline{CF}|$の積を表す．

また，$|\overline{BC}| = |\overline{AB}| = |\overline{AF}|$なので$|\overline{AF}|^2 = |\overline{AC}| \cdot |\overline{CF}|$と表せる．$|\overline{AB}| = a$，$|\overline{AC}| = x$とおけば，$a^2 = x(x-a)$，すなわち$x^2 - ax - a^2 = 0$となるので，$x > 0$となる$x$の解，すなわち正五角形の対角線の長さは,

$$x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}a = 1.618a$$

となる．

一方, 線分$\overline{AC}$を, $|\overline{AF}|^2 = |\overline{AC}| \cdot |\overline{CF}|$が成り立つように分けることを黄金分割と呼んだといわれている. $|\overline{AC}| = l$, $|\overline{AF}| = x$とおくと，$x^2 = l(l-x)$，すなわち$x^2 + lx - l^2 = 0$となり，$x > 0$となるxの解は,

$$x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}l = 0.618l$$

となる．したがって,

$$l - x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}l = 0.382l$$

となり，黄金分割はある長さの線分をほぼ 0.618:0.382 に分ける.

３．演習

下記の問の解答を所定の解答用紙に記載せよ.

問 1 下線**(a)**の理由を三角形の内角の和が180°となることを用いて説明せよ.

問 2 下線**(b)**の理由を説明せよ.

問 3 次の指示に従い，一辺が 5cm の正五角形 *ABCDE* を作図せよ．なお，作図に利用した補助線は消さずに残しておくこと.

- **(1)** 5cm の線分$\overline{AB}$を水平に描く.
- **(2)** 線分$\overline{AB}$にコンパスと定規を用いて垂直二等分線（perpendicular bisector）$\overline{MN}$を描く．線分$\overline{MN}$と線分$\overline{AB}$との交点を Mとし，点 Nは線分$\overline{AB}$より解答用紙面において上にとる.
- **(3)** 点 Mから点 Nを通る半直線（ray, half-line）上にコンパスを用いて$|\overline{MP}| = |\overline{AB}|$となる点 Pをとる.
- **(4)** コンパスを用いて点 A から点 Pを通る半直線上に$|\overline{PQ}| = |\overline{AB}|/2$となる点 Qを点 Pに対して点 A の反対側にとる.
- **(5)** 点 Aを中心として線分$\overline{AQ}$を半径（radius）とする円と点 Mから点 Nを通る半直線との交点を点 Dとする.
- **(6)** 点 Bを中心とし線分$\overline{AB}$を半径とする円と点 Dを中心とし線分$\overline{AB}$を半径とする円の交点のうち点 Bよりも解答用紙面において向かって右側にある点を Cとする.
- **(7)** 点 Aを中心とし線分$\overline{AB}$を半径とする円と点 Dを中心とし線分$\overline{AB}$を半径とする円の交点のうち点 Aよりも解答用紙面において向かって左側にある点を Eとする.
- **(8)** 点 *B*，*C*，*D*，*E*，Aを順に直線で結ぶと正五角形になる.

問 4 長さが 10cm の線分をコンパスと定規を用いて黄金分割し，この分割方法を解説せよ．なお，作図に利用した補助線は消さずに残しておくこと.